

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ АСТРОМЕТРИИ И ГРАВИМЕТРИИ

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета

МГУ

/ Н.Н. Сысоев /

«__» 20 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

ЗАДАЧА ТРЁХ ТЕЛ

Уровень высшего образования:

Специалитет

Направление подготовки:

03.05.01 Астрономия

Направленность (профиль) ОПОП:

Общая специальность

Квалификация «Специалист»

Форма обучения: Очная форма обучения

Рабочая программа рассмотрена и одобрена

Ученым советом физического факультета МГУ

(протокол №_____,)

Москва 20__

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по специальности 03.05.01 Астрономия.

Год (годы) приема на обучение _____

Авторы–составители:

1. К.ф.-м.н., доцент, Ширмин Геннадий Иванович, кафедра небесной механики астрометрии и гравиметрии физического факультета МГУ

Заведующий кафедрой
Д.ф.-м.н. профессор Жаров Владимир Евгеньевич

Аннотация к рабочей программе дисциплины «Задача трёх тел»

Курс является одним из специальных лекционных курсов по специальности “астрономия”. В нем излагаются основные результаты исследований в рамках общей (или “неограниченной”) задачи трех тел – самой знаменитой модельной задачи классической небесной механики. В лекционном курсе содержатся базовые знания о движениях в тройных системах небесных тел. В рамках курса слушатели знакомятся: с дифференциальными уравнениями движения тройных систем небесных тел; с аналитическими, численными и качественными методами изучения движений в тройных системах; с принципами создания аналитических теорий движения систем гравитирующих небесных тел; с приложениями этих теорий к ряду конкретных задач астрономии. Большое внимание уделяется изучению предельных случаев общей задачи трех тел: ограниченной задачи трех тел и задачи Хилла. Данный курс входит в число спецкурсов, составляющих теоретическую основу специализации “небесная механика”, а также может служить базой для всех астрономических курсов, в которых изучаются механические движения космических объектов (астродинамика) или в системах небесных тел (звездная динамика, динамическая космогония).

Разделы рабочей программы

1. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования (ОПОП ВО).
2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (при наличии)
3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с формируемыми компетенциями
4. Форма обучения.
5. Язык обучения.
6. Содержание дисциплины.
7. Объем дисциплины
8. Структурированное по темам (разделам) содержание дисциплины (модуля) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий
9. Текущий контроль и промежуточная аттестация.
10. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).
11. Шкала оценивания.
12. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.
13. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.
14. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

1. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

1. Дисциплина «Задача трёх тел» реализуется на 4-м курсе в 8-ом семестре и является составной частью профессионального блока вариативной части.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия

Отсутствуют.

3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с формируемыми компетенциями

В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

Формируемые компетенции (код компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
УК-1.Б	3-1 Знать: базовые астрономические и физико-математические теории и их взаимосвязь 3-2 Знать: знать математический аппарат небесной механики; У-1 Уметь: применять базовые астрономические и физико-математические теории в научных исследованиях B-1 Владеть: математическим аппаратом, применяемым в небесной механике B-2 Владеть: методами теоретического исследования явлений и процессов в небесной механике
ОПК-1.Б	3-1 Знать: основные математические методы, используемые при решении задач небесной механики У-1 Уметь: решать типовые задачи небесной механики У-2 Уметь: строить математические модели явлений и процессов небесной механики

2. Форма обучения: очная.

3. Язык обучения: русский.

4. Содержание дисциплины

Раздел 1. Краткий исторический очерк развития задачи трёх тел, как одной из главных моделей классической небесной механики.

Общая или (“неограниченная”) задача трех тел: краткий исторический очерк развития как одной из главных моделей классической небесной механики. Задача “N” тел как основная модель классической небесной механики. Вывод дифференциальных уравнений задачи “N” тел. Свойства силовой функции системы гравитирующих тел как следствия симметрий ньютоновых абсолютных пространства и времени. Десять классических интегралов движения задачи “N” тел в абсолютных осях и теорема Эмми Нетер. Дифференциальные уравнения и

интегралы барицентрического движения системы гравитирующих тел: вывод из принципа относительности Галилея

Раздел 2. Астрономические приложения задачи “N” тел..

Астрономические приложения задачи “N” тел. Пекулярное движение Солнца относительно системы ближайших звезд. Гелиоцентрические положение и скорость барицентра Солнечной системы. Инвариантная барицентрическая плоскость Лапласа. Вывод формулы Лагранжа-Якоби системы гравитирующих тел. Понятие об устойчивости в смысле Лагранжа-Якоби системы небесных тел. Необходимые условия устойчивости и достаточный критерий неустойчивости гравитационно-связанной звездной системы.

Раздел 3. Дифференциальные уравнения задачи “N”.

Дифференциальные уравнения задачи “N” тел в первой относительной системе координат. Возмущающая функция и ее свойства. Гелиоцентрические положение и скорость центра масс Солнечной системы

Задача трех тел: дифференциальные уравнения и интегралы абсолютного движения; дифференциальные уравнения и интегралы в первой относительной системе координат; уравнения движения и интегралы системы трех тел во второй относительной (якобиевой) системе координат. Гамильтонова форма дифференциальных уравнений задачи трех тел в координатах Якоби. Дифференциальные уравнения относительного движения тройной системы в цилиндрических координатах. Эйлеровы и лагранжевы частные решения общей задачи трех тел и движения, им соответствующие.

Раздел 4. Проблема интегрируемости дифференциальных уравнений тройных систем небесных тел.

Проблема интегрируемости дифференциальных уравнений тройных систем небесных тел. Теоремы Брунса Пуанкаре и Пенлеве о несуществовании аналитических интегралов, отличных от десяти классических. Отсутствие в задаче трех тел общего решения в форме квадратур. Общее аналитическое решение Зундмана в форме бесконечных рядов по степеням независимой переменной, регуляризирующей парные соударения в тройной системе. Об оценках скорости сходимости рядов Зундмана и причинах отсутствия астрономических приложений этих рядов.

Раздел 5. Модификации классической задачи трех тел.

Различные модификации классической задачи трех тел. Ограниченная задача трех тел как предельный случай общей (неограниченной) задачи трех тел и ее модификации: гиперболическая, параболическая, эллиптическая, круговая и их прямолинейные вырождения. Дифференциальные уравнения ограниченной задачи трех тел в неподвижных осях. Вывод дифференциальных уравнений ограниченной задачи во вращающихся осях (в форме уравнений Лагранжа 2-го рода). Вывод дифференциальных уравнений любой ограниченной задачи трех тел в переменных Нехвила. Точки либрации ограниченной задачи трех тел.

Раздел 6. Вывод дифференциальных уравнений круговой ограниченной задачи трех.

Вывод дифференциальных уравнений круговой ограниченной задачи трех тел из уравнений Нехвила для эллиптической задачи. Интеграл Якоби и точки либрации. Поверхности нулевой относительной скорости и области возможных движений пассивно гравитирующей массы. Астрономические приложения ограниченной круговой задачи трех тел: критерий Тиссерана в кометной астрономии, условие устойчивости спутниковых движений по Хиллу, полости Роша в астрофизике тесных двойных звездных систем.

Раздел 7.Предельные случаи

Задача Хилла как второй предельный вариант общей задачи трех тел. Частное периодическое решение задачи Хилла в качестве промежуточной орбиты в аналитической теории движения Луны Хилла-Брауна.

Классическая задача двух неподвижных центров Л.Эйлера: дифференциальные уравнения, первые интегралы и общее решение в эллиптических квадратурах. Обобщенная задача двух неподвижных центров и ее астрономические приложения.

7. Объем дисциплины

НАЗВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	Трудоемкость в зачетных единицах	объем учебной нагрузки в ак. часах				Самостоятельная работа студентов	
		Общая трудоемкость	в том числе				
			ауд.	занятий	Лекций		
Небесная механика	2	72	34	34	0	38	

8. Структурированное по темам (разделам) содержание дисциплины (модуля) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

Изучение курса «Задача трёх тел» включает в себя лекции, на которых рассматривается теоретическое содержание курса; предусматривается углубленное изучение и обсуждение вопросов, обозначенных в темах дисциплины; самостоятельную работу, заключающуюся в подготовке к лекционным занятиям. По вопросам, вызывающим затруднения, проводятся консультации.

№ темы	Наименование раздела дисциплины	Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы					Форма текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации
		Лекции	Научно-практические занятия	Семинары	Самостоятельная работа		
1	Краткий исторический очерк развития задачи трёх тел, как одной из главных моделей классической небесной механики.	4	-	-	4		Собеседование, опрос
2	Астрономические приложения задачи “N” тел.	6	-	-	6		
3	Дифференциальные уравнения задачи “N”.	4	-	-	6		
4	Проблема интегрируемости дифференциальных уравнений тройных систем небесных тел.	6	-	-	8		

5	Модификации классической задачи трех тел.		6	-	-	6	
6	Вывод дифференциальных уравнений круговой ограниченной задачи трех.		4	-	-	4	
7	Предельные случаи		4	-	-	4	
	Промежуточная аттестация						Зачет в форме письменной работы с последующим собеседованием
ИТОГО:		72	34	-	-	38	

9. Текущий контроль и промежуточная аттестация. Промежуточная аттестация проводится на 8 неделе в форме коллоквиума с оценкой. Критерии формирования оценки – уровень знаний прочитанной части курса.

Текущая аттестация проводится еженедельно. Критерии формирования оценки – посещаемость занятий, активность студентов на лекциях, а также уровень подготовки к лекциям и степень освоения материала прочитанной части курса.

Текущий контроль по дисциплине «Задача трёх тел» осуществляется на лекциях и заключается в оценке посещаемости, активности и качества участия в опросах и собеседованиях по проблемам, изучаемых в рамках тем лекционных занятий, аргументированности позиций; оценивается уровень подготовки к лекциям и степень освоения материала прочитанной части курса.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Задача трёх тел» проводится в весеннем семестре в форме зачета. Зачет в форме письменной работы с последующим собеседованием по программе.

Результаты сдачи зачета оцениваются по шкале «зачет», «незачет», Оценка «зачет», означает успешное прохождение промежуточной аттестации.

10. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

Требования к структуре и содержанию фонда оценочных средств текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

Перечень оценочных средств, применяемых на каждом этапе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине, представлены в таблице

Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
Оценочные средства текущего контроля		
Тематический опрос (в форме ответов на вопросы)	Средство контроля, организованное как специальная беседа по тематике предыдущей лекции и рассчитанное на выяснение объема и качества знаний, усвоенных обучающимися по определенному разделу, теме, проблеме.	Перечень тем, изучаемых в рамках дисциплины
Собеседование (в форме беседы, дискуссии по теме)	Средство контроля, организованное как свободная беседа, дискуссия по тематике изучаемой дисциплины, рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по всем изученным разделам, темам; свободного использования терминологии для аргументированного выражения собственной позиции.	Перечень тем, изучаемых в рамках дисциплины
Тестирование	Средство контроля, позволяющее получить оценку уровня фактических знаний студента по изученной теме.	Образцы тестов
Оценочные средства промежуточной аттестации		
Письменная работа	Средство, позволяющее оценить сформированность систематических представлений о методах научно-исследовательской деятельности.	Перечень вопросов и задач к экзамену, зачету, контрольной работе
Собеседование	Средство, позволяющее получить экспертную оценку знаний, умений и навыков по для оценивания и анализа различных фактов и явлений в своей профессиональной области.	Требования к порядку проведения собеседования

11. Шкала оценивания.

Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения				
	незачет	зачет			
ЗНАТЬ: базовые астрономические и физико-математические теории и их взаимосвязь УК-1.Б З-1	Отсутствие знаний базовых астрономических и физико-математических теорий и их взаимосвязей	В целом успешные, но не систематически знания базовых астрономических и физико-математических теорий и их взаимосвязей	В целом успешно е, но содержащее отдельные пробелы знания базовых астрономических и физико-математических теорий и их взаимосвязей		Успешные и систематические знания базовых астрономических и физико-математических теорий и их взаимосвязей

			взаимосвязей	
ЗНАТЬ: знать математический аппарат теоретической астрономии и небесной механики; УК-1.Б З-2	Отсутствие знаний или фрагментарное знание математического аппарата теоретической астрономии и небесной механики;	В целом успешное, но не систематическое знание математического аппарата теоретической астрономии и небесной механики;	В целом успешно е, но содержащее отдельные пробелы знание математического аппарата теоретической астрономии и небесной механики;	Успешное и систематическое знание математического аппарата теоретической астрономии и небесной механики;
ЗНАТЬ: основные математические методы, используемые при решении задач небесной механики ОПК-1.Б З-1	Отсутствие знаний или фрагментарное применение основных математических методов, при решении задач небесной механики	В целом успешное, но не систематическое применение основных математических методов, при решении задач небесной механики	В целом успешно е, но содержащее отдельные пробелы знание основных математических методов, при решении задач небесной механики	Успешное и систематическое знание основных математических методов, при решении задач небесной механики
УМЕТЬ: применять базовые астрономические и физико-математические теории в научных исследованиях УК-1.Б У-1	Отсутствие умения применять базовые астрономические и физико-математические теории в научных исследованиях	В целом успешное, но не систематическое умение применять базовые астрономические и физико-математические теории в научных исследованиях	В целом успешно е, но содержащее отдельные пробелы умение применять базовые астрономические и физико-математические теории в научных исследованиях	Успешное и систематическое умение применять базовые астрономические и физико-математические теории в научных исследованиях
УМЕТЬ: решать типовые задачи небесной механики ОПК-1.Б У-1	Отсутствие умения решать типовые задачи небесной механики	В целом успешное, но не систематическое умение решать типовые задачи небесной	В целом успешно е, но содержащее отдельные пробелы умение решать типовые задачи	Успешное и систематическое умение решать типовые задачи небесной механики

		механики	небесной механики	
УМЕТЬ: строить математические модели явлений и процессов небесной механики ОПК-1.Б У-2	Отсутствие умения строить математические модели явлений и процессов небесной механики	В целом успешное, но не систематическое умение строить математические модели явлений и процессов небесной механики	В целом успешно е, но содержащее отдельные пробелы умение строить математически е модели явлений и процессов небесной механики	Успешное и систематическое умение строить строить математические модели явлений и процессов небесной механики
ВЛАДЕТЬ: математическим аппаратом, применяемым в небесной механике УК-1.Б В-1	Отсутствие/фрагментарное владение математическим аппаратом, математическим аппаратом, применяемым в небесной механике	В целом успешное, но не систематическо е владение математически м аппаратом, математически м аппаратом, применяемым в небесной механике	В целом успешно е, но содержащее отдельные пробелы владение математически м аппаратом, математически м аппаратом, применяемым в небесной механике	Успешное и систематическое владение математическим аппаратом, математическим аппаратом, применяемым в небесной механике
ВЛАДЕТЬ: методами теоретического исследования явлений и процессов в небесной механике УК-1.Б В-2	Отсутствие/фрагментарное владение методами теоретического исследования явлений и процессов в небесной механике	В целом успешное, но не систематическо е владение методами теоретического исследования явлений и процессов в небесной механике	В целом успешно е, но содержащее отдельные пробелы владение методами теоретического исследования явлений и процессов в небесной механике	Успешное и систематическое владение методами теоретического исследования явлений и процессов в небесной механике

12. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости.

Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся

Список задач:

1 вариант

1. Вывести аналитические соотношения между произвольными постоянными интегрирования в задаче об относительном движении двух тел.
 2. Среднее расстояние планеты Марс от Солнца равно $a = 1,524$ а. е., а эксцентриситет ее орбиты $e = 0,09331$. Вычислить расстояния от Солнца до перигелия и афелия Марса.
 3. Среднее расстояние планеты Марс от Солнца равно $a = 1,524$ а. е., а эксцентриситет ее орбиты $e = 0,09331$. Вычислить расстояния от Солнца до перигелия и афелия Марса.
 4. Малая планета на кеплеровой орбите с эксцентриситетом $e = 0,5$ в некоторый момент времени имеет истинную аномалию $v = 90$ градусов. Чему равна в этот момент ее эксцентрическая аномалия?
 5. Вывести интегралы Лапласа в ограниченной задаче двух тел.
 6. Вывести интеграл энергии в задаче Кеплера
 7. Вывести интегралы площадей относительного движения в задаче двух тел.
 8. Вычислить наименьшее и наибольшее гелиоцентрические расстояния Меркурия (среднее расстояние Меркурия от Солнца $a = 0,3871$ а. е., а его орбитальный эксцентриситет $e = 0,2056$).
 9. Вычислить истинную аномалию астероида на орбите с эксцентриситетом $e = 0,5$ в момент времени, когда его эксцентрическая аномалия была равна $E = 90$ градусов.
 10. Малое тело Солнечной системы обращается вокруг Солнца по орбите с эксцентриситетом $e = 0,5$. Вычислить среднюю аномалию M этого тела в момент времени, когда его эксцентрическая аномалия была равна $E = 90$ градусов.
 11. Вычислить наименьшее и наибольшее расстояния от Солнца планеты “Венера” (большая полуось орбиты $a = 0,7233$ а. е., орбитальный эксцентриситет $e = 0,006821$)
 12. Метеороид на гелиоцентрической кеплеровой орбите с эксцентриситетом $e = 0,5$ в некоторый момент времени имеет эксцентрическую аномалию $E = 90$ градусов. Вычислить: чему равна в этот момент средняя аномалия метеороида?
 13. Вычислить перигелийное и афелийное расстояния Земли
- 13. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации.**

Материалы промежуточной аттестации обучающихся

Вопросы к зачету:

1. 1. Вывод дифференциальных уравнений задачи “N” тел.

2. Свойства силовой функции системы гравитирующих тел.
3. Десять классических интегралов движения задачи “N” тел в абсолютных осях.
4. Теорема Эмми Нетер.
5. Дифференциальные уравнения и интегралы барицентрического движения системы гравитирующих тел: вывод из принципа относительности Галилея
6. Вывод формулы Лагранжа-Якоби системы гравитирующих тел.
7. Понятие об устойчивости в смысле Лагранжа-Якоби системы небесных тел. Необходимые условия устойчивости и достаточный критерий неустойчивости гравитационно-связанной звездной системы.
8. Дифференциальные уравнения задачи “N” тел в первой относительной системе координат.
9. Возмущающая функция и ее свойства.
10. Гамильтонова форма дифференциальных уравнений задачи трех тел в координатах Якоби
11. Дифференциальные уравнения относительного движения тройной системы в цилиндрических координатах.
12. Эйлеровы и лагранжевы частные решения общей задачи трех тел и движения, им соответствующие .
13. Теоремы Брунса.
14. Теорема Пуанкаре и Пенлеве о несуществовании аналитических интегралов, отличных от десяти классических.
15. Общее аналитическое решение Зундмана в форме бесконечных рядов по степеням независимой переменной.
16. Оценки скорости сходимости рядов Зундмана.
17. Дифференциальные уравнения ограниченной задачи трех тел в неподвижных осях.
18. Вывод дифференциальных уравнений ограниченной задачи во вращающихся осях.
19. Вывод дифференциальных уравнений любой ограниченной задачи трех тел в переменных Нехвила.
20. Точки либрации ограниченной задачи трех тел.
21. Вывод дифференциальных уравнений круговой ограниченной задачи трех тел из уравнений Нехвила для эллиптической задачи.
22. Интеграл Якоби.
23. Поверхности нулевой относительной скорости и области возможных движений пассивно гравитирующей массы.
24. Астрономические приложения ограниченной круговой задачи трех тел
25. Условие устойчивости спутниковых движений по Хиллу,
26. Полости Роша в астрофизике тесных двойных звездных систем .
27. Задача Хилла.
28. Частное периодическое решение задачи Хилла.
29. Классическая задача двух неподвижных центров Л.Эйлера.
30. Обобщенная задача двух неподвижных центров и ее астрономические приложения

14. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Основная литература

1. Лукьянов Л.Г., Ширмин Г.И. Лекции по небесной механике. Учебное пособие для высших учебных заведений.
Алматы: “Эверо”, 2009. 277 с.

2. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. Учебник для студентов университетов, обучающихся по специальности "Астрономия". Издание 3-е, дополненное. М: Наука, 1975 . 800 с.
3. Субботин М.Ф. Введение в теоретическую астрономию. Москва: "Наука", 1968, 800 с.
4. Себехей, Виктор. ТЕОРИЯ ОРБИТ. Ограниченная задача трех тел. Перевод с английского. Москва , Наука, 1982, 656 с.
5. Маршал К. Задача трех тел. Пер. с англ., Москва - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 639 с.

Дополнительная литература

- 1). Аксенов Е.П. Движение искусственных спутников Земли. Москва: "Наука", Гл. ред. физ.-мат. лит, 1977, 360 стр.
- 2). Гребеников Е.А., Рябов Ю.А. Новые качественные методы в небесной механике. Москва: "Наука", Гл. ред. физ. - мат. лит., 1971, 442 стр.
- 3). Дубошин Г.Н. НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА. Аналитические и качественные методы. Москва: "Наука", Гл. ред. физ.-мат. лит., 1964, 560 стр.
- 4). Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. Москва: "Наука", Гл. ред. физ.-мат. лит., 1965, 540 стр.

Интернет-ресурсы

1. <http://www.sai.msu.ru/neb/rw/textbook.htm>
2. http://www.sai.msu.ru/neb/rw/cm_monog.htm

Материально-техническое обеспечение

В соответствии с требованиями п. 5.3. образовательного стандарта МГУ по направлению подготовки «Астрономия».

Курс может быть прочитан в поточной аудитории при наличии: работающих электрических розеток, компьютера, проектора, экрана, учебной доски.